

# EQUAÇÃO DE VOLUME DE APLICABILIDADE EXTENSIVA A DIVERSAS CLASSES DE IDADE PARA *Pinus taeda* L., NA REGIÃO MEIO OESTE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Saulo Jorge TÉO<sup>1</sup>  
Sebastião do Amaral MACHADO<sup>2</sup>  
Afonso FIGUEIREDO FILHO<sup>2</sup>  
Margarida TOMÉ<sup>3</sup>

- RESUMO: O objetivo deste estudo foi desenvolver equações de volume com e sem casca, para *Pinus taeda* L., de aplicabilidade extensiva a diversas classes de idade. Os dados são provenientes de 631 árvores de *Pinus taeda*, com idades variando de 4 a 31 anos, de diversos povoamentos distribuídos em vários municípios da região Meio Oeste do estado de Santa Catarina. Foram testados os modelos volumétricos de Näslund Modificado, Péllico Netto, Schumacher e Hall, Spurr e Tomé, os quais foram ajustados em suas formulações simples e com seus coeficientes função linear da idade das árvores. Após a seleção do modelo de melhor desempenho, este foi submetido à validação e comparação entre sua formulação simples e com os coeficientes função linear da idade. A inclusão de coeficientes como função linear da idade no modelo de Schumacher e Hall contribuiu para maior precisão e exatidão das estimativas de volume com casca e sem casca, de *Pinus taeda*.
- PALAVRAS-CHAVE: Modelo volumétrico; ajuste de equações simultâneas; equação geral.

## 1 Introdução

A quantidade de madeira, de produtos madeireiros ou a produção madeireira de árvores e florestas é, tradicionalmente, medida pela grandeza volume (BATISTA *et al.*, 2014). Sendo assim, a obtenção de informação sobre o volume das árvores é, na maioria das vezes, a principal finalidade dos inventários florestais, principalmente quando se trata de povoamentos florestais para fins comerciais (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

De acordo com Prodan *et al.* (1997) e Avery e Burkhart (2002), a dificuldade da mensuração direta do volume mediante o procedimento de cubagem rigorosa, torna conveniente a utilização de expressões matemáticas que, baseadas em uma amostra objetivamente selecionada e cuidadosamente medida, permitam estimar o volume das

---

<sup>1</sup> Universidade do Oeste de Santa Catarina - UNOESC, Campus de Xanxerê, Curso de Engenharia Florestal, CEP: 89820-000, Xanxerê, Santa Catarina, Brasil. E-mail: [sauloteo@yahoo.com.br](mailto:sauloteo@yahoo.com.br)

<sup>2</sup> Universidade Federal do Paraná - UFPR, Centro de Ciências Florestais e da Madeira, Departamento de Engenharia Florestal, CEP: 80210-170, Curitiba, Paraná, Brasil, E-mail: [samachado@ufpr.br](mailto:samachado@ufpr.br); [afig@ufpr.br](mailto:afig@ufpr.br)

<sup>3</sup> Universidade de Lisboa, Instituto Superior de Agronomia, Departamento de Recursos Naturais, Ambiente e Território, 1349-017, Lisboa, Portugal, E-mail: [magatome@isa.ulisboa.pt](mailto:magatome@isa.ulisboa.pt)

árvores por meio de medições mais simples. Na engenharia florestal, essas expressões matemáticas são denominadas de equações de volume, conforme Machado *et al.* (2008), relacionam uma variável de difícil obtenção, neste caso o volume, com variáveis mais facilmente mensuráveis e, conseqüentemente, mais baratas como o diâmetro à altura do peito, a altura total e alguma medida que expresse a forma da árvore, embora esta última não seja muito empregada.

Existe uma relação funcional entre as variáveis volume, diâmetro à altura do peito, altura total e forma de uma árvore. Sendo assim, é de grande interesse examinar os efeitos que o diâmetro, a altura e a forma exercem sobre o volume, representar simplificada a relação entre essas variáveis por meio de uma função matemática e pesquisar o efeito de outras variáveis sobre o volume de uma árvore. Tais relações têm sido estudadas por meio da técnica estatística da análise de regressão (PÉLLICO NETTO, 1980; DRAPER e SMITH, 1998; MACHADO *et al.*, 2008; SANQUETTA *et al.*, 2014), a qual deve ser a mais amplamente utilizada técnica estatística (MONTGOMERY *et al.*, 2006). O emprego de equações de volume, desenvolvidas por meio de análise de regressão, é a maneira mais usual de se realizar a estimativa do volume de árvores individuais (MACHADO *et al.*, 2002; BATISTA *et al.*, 2014).

A estimativa de volumes de árvores tem sido exaustivamente pesquisada no Brasil, há tempos (PÉLLICO NETTO, 1980) até a atualidade (BARRETO *et al.*, 2014; MIRANDA *et al.*, 2014; SILVA e SANTANA, 2014; TONINI e BORGES, 2015; FERNANDES *et al.*, 2017; OLIVEIRA *et al.*, 2017). Usualmente, o desenvolvimento de equações de volume se restringem a uma única espécie (THOMAS *et al.*, 2006; PELISSARI *et al.*, 2011; MELO *et al.*, 2013; MÜLLER *et al.*, 2014; SILVESTRE *et al.*, 2014; MIRANDA *et al.*, 2015; FERNANDES *et al.*, 2017; OLIVEIRA *et al.*, 2017), classe de idade (MACHADO *et al.*, 2002), regime de manejo (MACHADO *et al.*, 2002) e, até mesmo, classes de diâmetro (MACHADO *et al.*, 2008). Conforme Figueiredo Filho *et al.* (2014), é recomendável que a utilização dessas equações seja feita para conjuntos de dados dentro das mesmas condições.

Visando desenvolver equações de volume com maior aplicabilidade, Rufini *et al.* (2010) e Martins *et al.* (2015) realizaram o teste de identidade de modelos, com o propósito de avaliar a possibilidade de uma única equação de volume ser utilizada para diversas regiões. Ao final de seu estudo, Rufini *et al.* (2010) recomendaram uma única equação volumétrica para árvores do Cerrado *Sensu Stricto*, para duas, das três regiões estudadas, no estado de Minas Gerais. Enquanto que Martins *et al.* (2015), recomendaram uma única equação volumétrica para *Eucalyptus* sp., para quatro dos sete municípios da área de estudo.

Por outro lado, Tomé *et al.* (2007) recorreram ao ajuste de equações de volume e afilamento para *Eucalyptus globulus* Labill., em que os parâmetros foram expressos como combinações lineares de idade do povoamento, densidade de plantio, índice de sítio e variáveis indicadoras da rotação, talhadia e regiões climaticamente homogêneas de Portugal, visando assegurar a aplicabilidade extensiva das equações desenvolvidas.

No mesmo sentido, este estudo tem por objetivo desenvolver equações de volume do tronco de árvores de *Pinus taeda* L., com e sem casca, de aplicabilidade extensiva à diversas classes de idade, na região Meio Oeste do estado de Santa Catarina.

## 2 Material e métodos

Esta pesquisa foi realizada em povoamentos de *Pinus taeda* de Caçador, Calmon, Lebon Régis, Macieira, Rio das Antas, Santa Cecília e Timbó Grande, na região Meio Oeste do estado de Santa Catarina.

Segundo a classificação de Köppen, a região de estudo possui ocorrência de clima tipo Cfb, isto é, temperado úmido com geadas severas, temperatura média do mês mais quente inferior a 22°C e nos meses de inverno entre 6 e 8°C (CALDATO *et al.*, 1999). Conforme informações meteorológicas da Estação Experimental de Caçador, a temperatura média anual é de 16,5°C, precipitação média anual de 1.608 mm, umidade relativa do ar média anual de 77% e ocorrência de 26 geadas por ano, em média (KURASZ, 2005). A vegetação original da região de estudo é a Floresta Ombrófila Mista, principalmente em sua formação Floresta Ombrófila Mista Montana. Na região deste estudo, *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze. está associada à imbuia (*Ocotea porosa* [Ness e Mart.] Barroso), formando agrupamentos bem característicos (IBGE, 2012). Os principais solos da área de estudo são Cambissolos háplicos, com grande variação de profundidade e drenagem variando de acentuada à imperfeita e, Nitossolos brunos de textura argilosa ou muito argilosa, moderadamente ácidos (IBGE, 2007).

Os dados são provenientes de 631 árvores de *Pinus taeda*, com idades variando de 4 a 31 anos, de diversos povoamentos distribuídos na área de estudo. Desse total, foram coletados dados de espessura de casca de 519 árvores, as quais foram abatidas para a realização do procedimento de cubagem. As 112 árvores restantes tiveram somente os seus diâmetros com casca medidos ao longo do fuste, utilizando de maneira combinada o Criterion RD 1000 e o TruPulse 200B, os quais permitiram a obtenção de medições para o procedimento de cubagem de maneira não destrutiva, ou seja, sem o abate das árvores. Tais equipamentos foram utilizados visando a diminuição do número de árvores derrubadas, assim, reduzindo os custos da coleta de dados para volumetria das árvores de *Pinus taeda*.

Para as 519 árvores de *Pinus taeda* derrubadas, foram tomadas medições de diâmetro com casca e espessura de casca a 0,5%, 1%, 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90% e 95% da altura total da árvore. Para as 112 árvores medidas em pé, com o Criterion RD 1000 e o TruPulse 200B, os diâmetros com casca foram tomados nas mesmas posições relativas à altura total da árvore, até, no mínimo, 70%. O cálculo dos volumes das seções foi feito utilizando-se a fórmula de Smalian e o volume da ponta foi obtido por meio da fórmula do volume do cone, conforme descrito em Machado e Figueiredo Filho (2014). Os volumes das árvores foram calculados desconsiderando-se o toco, sendo que para as árvores mensuradas em pé, foi considerada a altura de toco média de 0,1 m.

A distribuição das 631 árvores de *Pinus taeda* cubadas, nas diferentes idades, bem como, os valores de diâmetro médio ( $\bar{d}$ ), diâmetro máximo ( $d_{m\acute{a}x}$ ), diâmetro mínimo ( $d_{m\acute{i}n}$ ), altura média ( $\bar{h}$ ), altura máxima ( $h_{m\acute{a}x}$ ) e mínima ( $h_{m\acute{i}n}$ ) encontram-se na Tabela 1.

Foram formados dois conjuntos de dados: I) o primeiro com 631 observações em nível de árvores, para desenvolvimento da equação de volume com casca; II) o segundo com 519 observações em nível de árvore, para desenvolvimento da equação de volume sem casca.

Tabela 1 - Diâmetro à altura do peito, altura total e número de árvores de *Pinus taeda* L., cubadas por classe de idade na região Meio Oeste de Santa Catarina

| Idade | n  | $\bar{d}$ | $d_{m\acute{a}x}$ | $d_{m\acute{i}n}$ | $\bar{h}$ | $h_{m\acute{a}x}$ | $h_{m\acute{i}n}$ |
|-------|----|-----------|-------------------|-------------------|-----------|-------------------|-------------------|
| 4     | 30 | 8,60      | 14,50             | 3,90              | 5,28      | 7,40              | 3,10              |
| 5     | 63 | 12,80     | 21,00             | 3,70              | 7,65      | 10,20             | 3,37              |
| 6     | 89 | 13,43     | 23,00             | 2,90              | 8,37      | 12,70             | 4,08              |
| 7     | 60 | 15,19     | 23,10             | 3,90              | 9,77      | 12,80             | 5,10              |
| 8     | 30 | 16,25     | 26,00             | 4,00              | 12,41     | 16,25             | 5,17              |
| 9     | 30 | 19,66     | 32,00             | 7,70              | 13,98     | 16,80             | 7,90              |
| 10    | 59 | 19,69     | 32,50             | 6,00              | 14,71     | 17,80             | 8,30              |
| 11    | 30 | 19,60     | 31,70             | 8,20              | 14,81     | 18,80             | 9,22              |
| 12    | 39 | 23,53     | 35,50             | 12,50             | 18,57     | 22,60             | 14,90             |
| 14    | 29 | 23,95     | 36,92             | 13,37             | 18,88     | 21,70             | 15,80             |
| 16    | 23 | 22,99     | 37,56             | 15,60             | 19,45     | 22,30             | 16,20             |
| 18    | 37 | 28,07     | 48,06             | 15,92             | 23,38     | 30,20             | 17,30             |
| 21    | 65 | 35,00     | 49,97             | 21,65             | 28,98     | 33,00             | 21,50             |
| 26    | 13 | 26,98     | 43,90             | 17,50             | 27,69     | 29,50             | 25,00             |
| 27    | 12 | 29,31     | 38,83             | 21,96             | 28,87     | 32,80             | 25,40             |
| 30    | 12 | 35,83     | 51,80             | 22,60             | 29,23     | 32,00             | 27,30             |
| 31    | 10 | 32,60     | 44,20             | 25,10             | 31,08     | 35,00             | 25,00             |

Primeiramente, foi feito ajuste de diversos modelos de volume nas suas formas simples, com objetivo de verificar os dados e os modelos candidatos de melhor desempenho (Tabela 2).

Tabela 2 - Modelos testados para estimar volume, com e sem casca, de árvores de *Pinus taeda* L.

| Denominação/Autor         | Modelo   |
|---------------------------|--|
| Näslund (1947) Modificado | $v = \beta_0 + \beta_1 d^2 h + \beta_2 dh^2 + \beta_3 h^2 + \varepsilon$ |
| Péllico Netto (1986)      | $v = h(\beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2) + \varepsilon$                 |
| Schumacher e Hall (1933)  | $v = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2} + \varepsilon$                      |
| Spurr (1952)              | $v = \beta_0 + \beta_1 d^2 h + \varepsilon$                              |
| Tomé (1990)               | $v = \beta_0 + \beta_1 d^2 h + \beta_2 dh^2 + \varepsilon$               |

FONTE: Péllico Netto (1980), Péllico Netto (1986) e Tomé *et al.* (2007).

NOTA:  $v$  = volume individual, com e sem casca ( $m^3$ );  $d$  = diâmetro à altura do peito com casca (cm);  $h$  = altura total (m);  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  = coeficientes a serem estimados;  $\varepsilon$  = erro.

Os ajustes dos modelos foram feitos por meio dos procedimentos PROC NLIN e PROC REG do aplicativo computacional SAS *University Edition*, para modelos não lineares e lineares, respectivamente. Todos os modelos de volume foram ajustados em suas formas simples, conforme apresentados na Tabela 2, e com seus coeficientes como função linear da idade, por meio do ajuste de equações simultâneas, como mostrado nas expressões

1, 2 e 3, para o modelo volumétrico de Schumacher e Hall (1933), respectivamente, para os coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  como função linear da idade.

$$v = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2} + \varepsilon, \text{ em que: } \beta_0 = \beta_3 + \beta_4 t, \quad (1)$$

$$v = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2} + \varepsilon, \text{ em que: } \beta_1 = \beta_5 + \beta_6 t, \quad (2)$$

$$v = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2} + \varepsilon, \text{ em que: } \beta_2 = \beta_7 + \beta_8 t, \quad (3)$$

em que:  $v, d, h, \beta_0, \beta_1, \beta_2$  = já definidos anteriormente;  $\beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_8$  = coeficientes a serem estimados;  $t$  = idade (ano).

Numa primeira fase, foi selecionado o modelo de melhor desempenho por meio dos critérios: coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ) (Expressão 4), erro padrão relativo ( $syx\%$ ) (Expressão 5), média das diferenças ( $MD$ ) (Expressão 6) e análise dos resíduos studentizados.

$$R_{aj}^2 = 1 - \left[ \left( \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right) * \left( \frac{n-1}{n-p} \right) \right] \quad (4)$$

$$syx\% = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}}}{\bar{Y}} * 100 \quad (5)$$

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n}, \quad (6)$$

em que:  $Y_i$  = variável dependente observada;  $\hat{Y}_i$  = variável dependente estimada;  $\bar{Y}$  = média dos valores da variável dependente observada;  $n$  = número de observações;  $p$  = número de coeficientes do modelo.

Foi realizada análise gráfica dos resíduos studentizados sobre a variável dependente estimada ( $\hat{Y}_i$ ), almejando-se distribuição de resíduos uniforme, com ausência de padrões e heterocedasticidade. A verificação da heterocedasticidade foi realizada por meio da análise visual dos gráficos de resíduos, buscando identificar o padrão de “cone”, com a nuvem de resíduos alargando-se para a direita, que indica que a variância dos resíduos é função crescente de  $\hat{Y}_i$  (MYERS, 1986; DRAPER e SMITH, 1998; MONTGOMERY *et al.*, 2006). Uma vez detectada heterocedasticidade da distribuição de resíduos studentizados, da equação resultante do ajuste pelo método dos mínimos quadrados ordinários, procedeu-se o ajuste pelo método dos mínimos quadrados ponderados. As ponderações testadas incluíram diversas combinações de variáveis diâmetro à altura do peito ( $d$ ), altura total ( $h$ ) e idade ( $t$ ) ( $\ln d, d^{-1}, \ln h, h^{-1}, h^2, d^2 h, \ln t, t^{-1}, t^2$ ), conforme Parresol (1993), o qual assume que a variância dos resíduos é função exponencial de múltiplas variáveis explicativas do modelo, bem como suas combinações. Para verificar se os resíduos studentizados apresentavam distribuição normal, foi efetuada a representação gráfica desses valores ordenados crescentemente, sobre os quantis teóricos da distribuição normal. Uma vez constatada a distribuição não normal dos resíduos studentizados, fez-se o ajuste pelo

método dos mínimos quadrados ponderados, com ponderações atribuídas aos resíduos studentizados excedentes ao intervalo  $\pm 2$ , conforme método de Huber (1964), recomendado por Myers (1986).

A equação de melhor desempenho, selecionada nessa primeira fase, tanto em sua forma simples, como com seus coeficientes função linear da idade, foi submetida à validação, recorrendo-se aos resíduos PRESS ( $e_{i,-i}$ ) (Expressão 7). O resíduo PRESS é calculado subtraindo-se da variável dependente observada ( $Y_i$ ) o valor da variável dependente estimada pelo modelo ajustado sem a observação  $i$  ( $\hat{Y}_{i,-i}$ ). Para um conjunto de dados qualquer, a primeira observação “ $i$ ” é retirada da amostra, restando “ $n - 1$ ” observações, as quais são utilizadas para ajustar os coeficientes do modelo e estimar  $\hat{Y}_{i,-i}$  para a primeira observação. A primeira observação é, então, recolocada no conjunto de dados e a segunda observação é retirada para ajustar o modelo e estimar  $\hat{Y}_{i,-i}$ , para a segunda observação. Este procedimento continua até que todas as observações sejam removidas, uma a uma, e assim, o modelo é ajustado “ $n$ ” vezes (MYERS, 1986).

$$e_{i,-i} = Y_i - \hat{Y}_{i,-i}, \quad (7)$$

em que:  $Y_i$  = valor da variável dependente para a observação  $i$ ;  $\hat{Y}_{i,-i}$  = variável dependente estimada pelo modelo quando ajustado sem a observação  $i$ .

Por meio dos resíduos PRESS, foram calculadas as estatísticas de validação: eficiência da modelagem ( $EM$ ) (Expressão 8); média das diferenças PRESS ( $MD_{PRESS}$ ) (Expressão 9); média das diferenças absolutas PRESS ( $MAD_{PRESS}$ ) (Expressão 10); e os valores percentis 5 e 95% dos resíduos PRESS. A eficiência da modelagem é uma estatística análoga ao coeficiente de determinação, a qual expressa a proporção da variação explicada pelo modelo. A média das diferenças PRESS indica o viés do modelo, enquanto a média das diferenças absolutas PRESS indica precisão. Os valores percentis 5 e 95% expressam a grandeza e simetria da distribuição de resíduos PRESS.

$$EM = 1 - \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_{i,-1})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right] \quad (8)$$

$$MD_{PRESS} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_{i,-1})}{n} \quad (9)$$

$$MAD_{PRESS} = \frac{\sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_{i,-1}|}{n}, \quad (10)$$

em que:  $Y_i, \hat{Y}_{i,-i}, n$  = já definidos anteriormente.

Para a seleção final, a equação de melhor desempenho com seus coeficientes função linear da idade foi comparada a sua forma simples, calculando-se  $MD_{PRESS}$  e  $MAD_{PRESS}$  por classe de idade. Por fim, foi realizada análise de variância, utilizando-se o resíduo em porcentagem entre o volume observado e as estimativas de volume obtidas pela equação na forma simples e com seus coeficientes função linear da idade. A utilização do resíduo em

porcentagem garante o teste apenas da diferença entre as estimativas, evitando a influência do volume real (MIRANDA *et al.*, 2014; MIRANDA *et al.*, 2015). Para analisar se houve diferença significativa entre as duas equações, foi aplicado um teste de F, considerando um nível de significância de 5% ( $\alpha = 0,05$ ).

### 3 Resultados e discussão

Na fase de ajuste e seleção dos modelos candidatos, foi constatada uma observação com erro studentizado muito elevado, para todos os modelos de volume com e sem casca. Dessa forma, essa observação foi considerada atípica (outlier) e foi eliminada dos dados deste estudo.

Quando analisados os critérios  $R_{aj}^2$ ,  $syx\%$  e  $MD$  para cada equação de volume com casca (Tabela 3), para sua forma simples e com os coeficientes função linear da idade, verificou-se os valores de  $R_{aj}^2$  mais próximos de 1, menores valores de  $syx\%$  e valores de  $MD$  mais próximos de zero, para as equações derivadas do modelo de Schumacher e Hall (1933). Já o comportamento dos resíduos studentizados foi muito semelhante para todos os modelos e suas formulações testadas, para estimativa de volume com casca de *Pinus taeda* (Figura 1).

Tabela 3 - Critérios de seleção das equações de volume com casca, de árvores de *Pinus taeda* L.

| Modelo                    |           | $R_{aj}^2$ | $syx\%$ | $MD$ (m <sup>3</sup> ) |
|---------------------------|-----------|------------|---------|------------------------|
| Näslund (1947) Modificado | Simples   | 0,9890     | 13,49   | -0,00021               |
|                           | $\beta_0$ | 0,9899     | 12,91   | 0,00045                |
|                           | $\beta_1$ | 0,9902     | 12,71   | -0,00152               |
|                           | $\beta_2$ | 0,9900     | 12,83   | -0,00112               |
|                           | $\beta_3$ | 0,9895     | 13,18   | -0,00140               |
| Péllico Netto (1986)      | Simples   | 0,9860     | 15,21   | 0,00250                |
|                           | $\beta_0$ | 0,9896     | 13,11   | 0,00081                |
|                           | $\beta_1$ | 0,9907     | 12,41   | -0,00028               |
|                           | $\beta_2$ | 0,9908     | 12,35   | -0,00097               |
| Schumacher e Hall (1933)  | Simples   | 0,9891     | 13,42   | -0,00086               |
|                           | $\beta_0$ | 0,9909     | 12,23   | -0,00058               |
|                           | $\beta_1$ | 0,9909     | 12,29   | -0,00096               |
|                           | $\beta_2$ | 0,9907     | 12,39   | -0,00060               |
| Spurr (1952)              | Simples   | 0,9851     | 15,71   | 0,00025                |
|                           | $\beta_0$ | 0,9884     | 13,87   | 0,00123                |
|                           | $\beta_1$ | 0,9865     | 14,93   | -0,00612               |
| Tomé (1990)               | Simples   | 0,9889     | 13,54   | 0,00041                |
|                           | $\beta_0$ | 0,9891     | 13,39   | -0,00011               |
|                           | $\beta_1$ | 0,9900     | 12,83   | -0,00146               |
|                           | $\beta_2$ | 0,9899     | 12,93   | -0,00208               |

A equação com maior valor de  $R_{aj}^2$  e menor valor de  $syx\%$  foi gerada pelo modelo de Schumacher e Hall (1933) com o coeficiente  $\beta_0$  função linear da idade, já a equação que apresentou o valor de  $MD$  mais próximo de zero, foi gerada pelo modelo de Tomé com o coeficiente  $\beta_0$  função linear da idade (Tabela 3). Destaca-se ainda, pelo bom desempenho, a equação de Péllico Netto (1986) com coeficiente  $\beta_2$  como função linear da idade e, pelo mau desempenho, as diferentes equações do modelo de Spurr (Tabela 3).

Todos os modelos de volume com casca, quando ajustados com seus coeficientes como função linear da idade, apresentaram superioridade dos critérios  $R_{aj}^2$  e  $syx\%$ , se comparados a sua forma simples. Entretanto, essa tendência não é verificada para a média das diferenças ( $MD$ ), que, em alguns casos, indicou maior enviesamento dos modelos ajustados variando seus coeficientes em função da idade (Tabela 3).

Devido à semelhança dos resíduos studentizados, para todas as equações geradas pelos modelos e suas variações testadas, para estimativa de volume com casca de *Pinus taeda*, optou-se por apresentar somente a análise de resíduos studentizados das equações oriundas do modelo de Schumacher e Hall (1933) (Figura 1), o qual foi selecionado para a fase de validação. As equações de Schumacher e Hall (1933) simples e com os coeficientes função linear da idade apresentaram distribuição de resíduos studentizados uniforme, sem heterocedasticidade e de acordo com a distribuição normal (Figura 1), após a aplicação dos métodos de Parresol (1993) e Huber (1964).

As equações geradas pelo modelo de Näslund Modificado com os coeficientes  $\beta_1$  e  $\beta_3$  função linear da idade apresentaram o coeficiente  $\beta_2$  não significativo, enquanto a equação de Spurr variando  $\beta_0$  em função da idade apresentou estimativas de volume total com casca negativas.



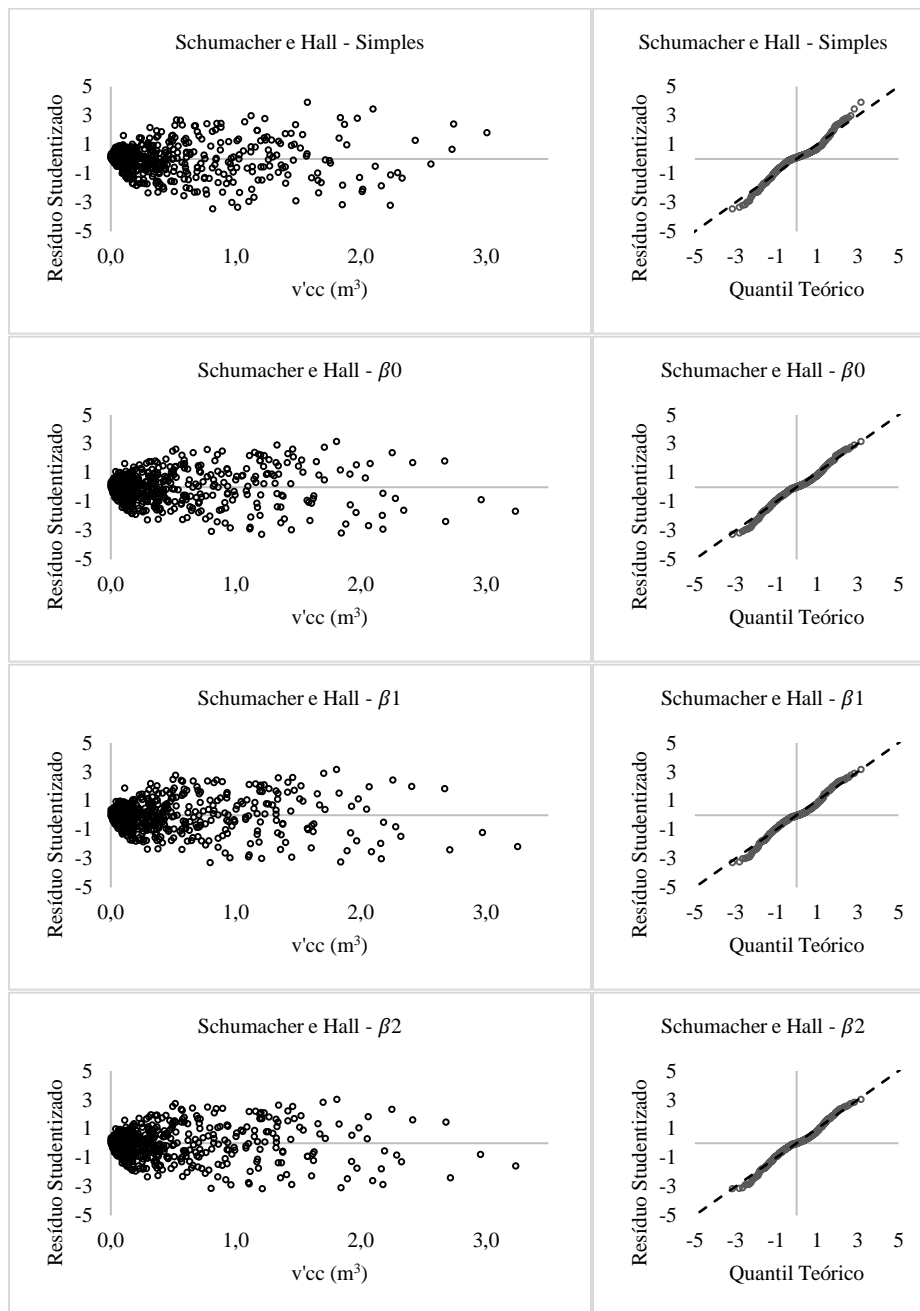


Figura 1 - Análise dos resíduos da equação de Schumacher e Hall (1933) simples e com os coeficientes função linear da idade da árvore, para estimativa de volume com casca de *Pinus taeda* L.

De acordo com as estatísticas de validação (Tabela 4), as equações de Schumacher e Hall (1933) variando-se os coeficientes apresentaram maior precisão e menor viés, quando comparadas à equação de Schumacher e Hall (1933) simples. Dentre as formulações mais complexas do modelo de Schumacher e Hall (1933), a de maior precisão e exatidão foi variando-se o coeficiente  $\beta_2$  conforme a idade, seguida do modelo variando-se o coeficiente  $\beta_1$ . Dessa forma, a equação de Schumacher e Hall (1933) simples e variando-se o coeficiente  $\beta_2$  foram confrontadas, quanto a precisão e exatidão das estimativas de volume com casca de *Pinus taeda*, por classe de idade (Figura 2).

Tabela 4 - Estatísticas de validação das diferentes equações geradas pelo modelo de Schumacher e Hall (1933), para estimativa do volume com casca de árvores de *Pinus taeda* L.

| Modelo       |           | EM     | MD <sub>PRESS</sub> | MAD <sub>PRESS</sub> | P5      | P95    |
|--------------|-----------|--------|---------------------|----------------------|---------|--------|
|              | Simples   | 0,9893 | -0,00107            | 0,02952              | -0,0855 | 0,0856 |
| Schumacher e | $\beta_0$ | 0,9918 | -0,00013            | 0,02786              | -0,0690 | 0,0781 |
| Hall (1933)  | $\beta_1$ | 0,9919 | 0,00006             | 0,02728              | -0,0689 | 0,0757 |
|              | $\beta_2$ | 0,9919 | 0,00003             | 0,02711              | -0,0711 | 0,0777 |

A equação de Schumacher e Hall (1933) com o coeficiente  $\beta_2$  função da idade apresentou menor viés do que a equação simples, para a maioria das classes de idade, principalmente para as árvores de *Pinus taeda* de 30 anos de idade (Figura 2). Por outro lado, não há diferenças acentuadas de precisão das estimativas de volume com casca, para essas duas variações do modelo de Schumacher e Hall (1933), exceto para a classe de idade de 30 anos (Figura 2). O teste de F para os resíduos em porcentagem resultou no valor de 16,43\*\*, indicando diferenças altamente significativas ( $\alpha < 0,01$ ) entre a equação de Schumacher e Hall (1933) simples e com o coeficiente  $\beta_2$  como função da idade, para estimativa de volume total com casca.

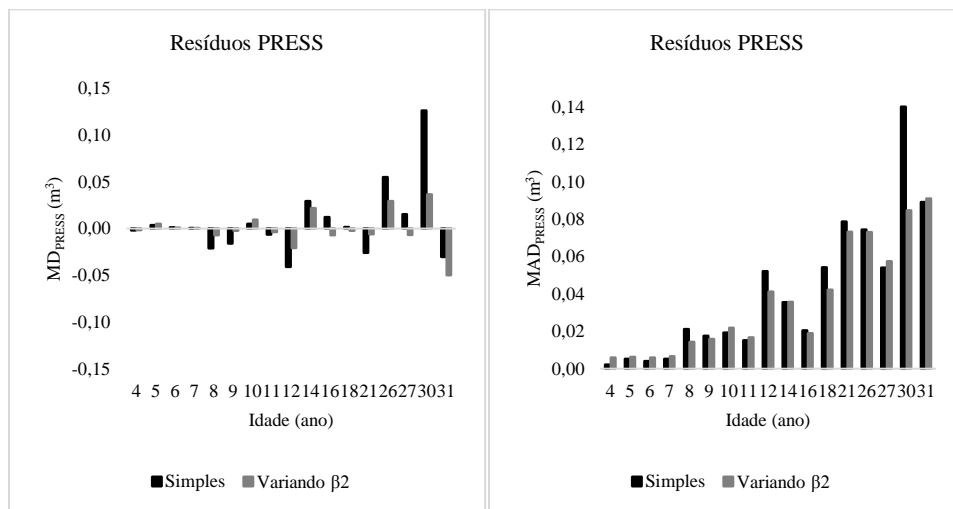


Figura 2 - Média das diferenças PRESS ( $MD_{PRESS}$ ) e média das diferenças absolutas PRESS ( $MAD_{PRESS}$ ) por classe de idade, para duas variações do modelo de Schumacher e Hall (1933), para estimativa de volume com casca de *Pinus taeda* L.

Dessa forma, a equação indicada para estimativa de volume total com casca de *Pinus taeda*, é resultante do modelo de Schumacher e Hall (1933) com o coeficiente  $\beta_2$  função da idade (Expressão 11).

$$\hat{v}_{cc} = 0,0000681 d^{1,7840139} h^{(0,9854381+0,0030009 t)}, \quad (11)$$

em que:  $\hat{v}_{cc}$  = volume total com casca ( $m^3$ );  $d, h, t$  = já definidos anteriormente.

De acordo com os critérios  $R_{aj}^2$ ,  $syx\%$  e  $MD$  para cada equação de volume sem casca (Tabela 5), para sua forma simples e com os coeficientes função linear da idade, verifica-se os valores de  $R_{aj}^2$  mais próximos de 1, menores valores de  $syx\%$  para as equações geradas pelo modelo de Schumacher e Hall (1933), enquanto as equações com os valores de  $MD$  mais próximos de zero foram originadas pelo modelo de Péllico Netto (1986). Destacam-se pelo bom desempenho, as equações de Tomé variando o coeficiente  $\beta_1$  e de Näslund Modificado variando o coeficiente  $\beta_0$ .

Houve pequena melhora dos critérios  $R_{aj}^2$  e  $syx\%$  para as equações de volume sem casca ajustadas com os coeficientes função linear da idade, exceto para o modelo de Tomé variando o coeficiente  $\beta_0$ .

Tabela 5 - Critérios de seleção das equações de volume sem casca, de árvores de *Pinus taeda* L.

| Modelo                    |           | $R_{aj}^2$ | syx%  | MD (m <sup>3</sup> ) |
|---------------------------|-----------|------------|-------|----------------------|
| Näslund (1947) Modificado | Simples   | 0,9888     | 13,84 | -0,00026             |
|                           | $\beta_0$ | 0,9890     | 13,67 | -0,00093             |
|                           | $\beta_1$ | 0,9890     | 13,68 | -0,00100             |
|                           | $\beta_2$ | 0,9889     | 13,77 | -0,00111             |
|                           | $\beta_3$ | 0,9889     | 13,76 | -0,00049             |
| Péllico Netto (1986)      | Simples   | 0,9867     | 15,05 | -0,00056             |
|                           | $\beta_0$ | 0,9886     | 13,92 | -0,00005             |
|                           | $\beta_1$ | 0,9892     | 13,56 | -0,00115             |
|                           | $\beta_2$ | 0,9891     | 13,60 | -0,00053             |
| Schumacher e Hall (1933)  | Simples   | 0,9889     | 13,72 | -0,00084             |
|                           | $\beta_0$ | 0,9894     | 13,41 | -0,00085             |
|                           | $\beta_1$ | 0,9894     | 13,41 | -0,00135             |
|                           | $\beta_2$ | 0,9893     | 13,47 | -0,00133             |
| Spurr (1952)              | Simples   | 0,9852     | 15,89 | -0,00233             |
|                           | $\beta_0$ | 0,9876     | 14,56 | -0,00066             |
|                           | $\beta_1$ | 0,9858     | 15,55 | -0,00262             |
| Tomé (1990)               | Simples   | 0,9888     | 13,82 | -0,00197             |
|                           | $\beta_0$ | 0,9887     | 13,85 | -0,00079             |
|                           | $\beta_1$ | 0,9890     | 13,65 | -0,00081             |
|                           | $\beta_2$ | 0,9889     | 13,74 | -0,00141             |

O modelo de Schumacher e Hall (1933) foi o único que não gerou equações com coeficientes não significativos ou estimativas de volume total sem casca negativas, para nenhuma de suas variações. Apesar de terem apresentado menor viés, as equações geradas pelo modelo de Péllico Netto (1986) produziram estimativas de volume sem casca negativas em todas as suas variações.

Devido à semelhança das distribuições de resíduos das equações, é apresentada a análise de resíduos para as equações do modelo de Schumacher e Hall (1933), em sua forma simples e variando-se os coeficientes conforme a idade (Figura 3), o qual foi selecionado para a fase de validação. As equações do modelo de Schumacher e Hall (1933) produziram estimativas do volume total sem casca com distribuição de resíduos studentizados uniforme, sem heterocedasticidade e de acordo com a distribuição normal (Figura 3), após a aplicação dos métodos de Parresol (1993) e Huber (1964).

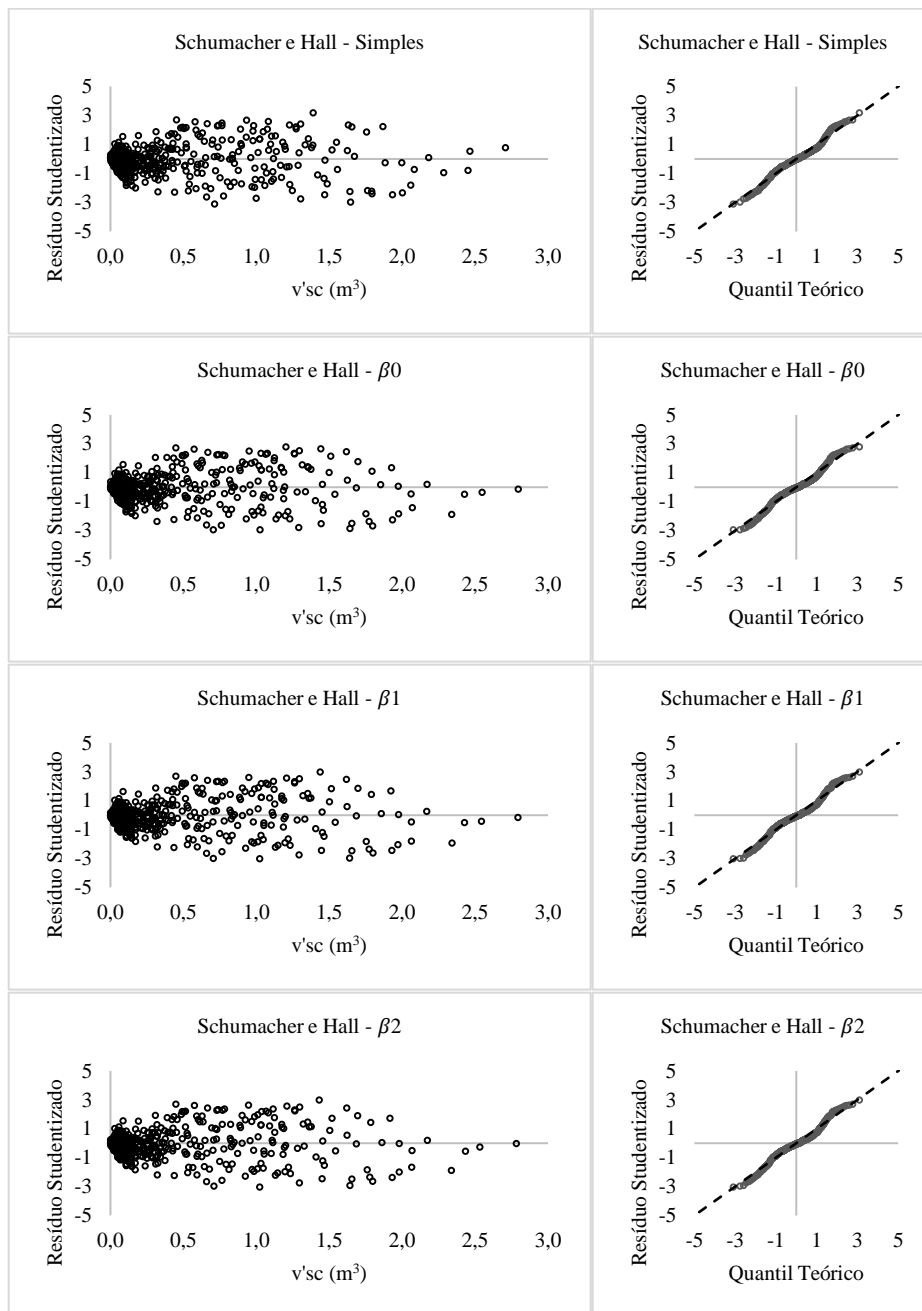


Figura 3 - Análise dos resíduos da equação de Schumacher e Hall (1933) simples e com os coeficientes função linear da idade da árvore, para estimativa de volume sem casca de *Pinus taeda* L.

Conforme as estatísticas de validação (Tabela 6), as variações mais complexas do modelo de Schumacher e Hall (1933) apresentaram maior eficiência da modelagem e maior precisão para estimar o volume sem casca, do que a equação de Schumacher e Hall (1933) simples. A equação de Schumacher e Hall (1933) variando o coeficiente  $\beta_1$  conforme a idade apresentou o melhor desempenho, seguido da equação de Schumacher e Hall (1933) variando o coeficiente  $\beta_2$ .

Tabela 6 - Estatísticas de validação das diferentes equações geradas pelo modelo de Schumacher e Hall (1933), para estimativa do volume sem casca de árvores de *Pinus taeda* L.

| Modelo                   |           | EM     | $MD_{PRESS}$ | $MAD_{PRESS}$ | P5      | P95    |
|--------------------------|-----------|--------|--------------|---------------|---------|--------|
| Schumacher e Hall (1933) | Simple    | 0,9895 | 0,00009      | 0,03117       | -0,0867 | 0,0847 |
|                          | $\beta_0$ | 0,9908 | -0,00020     | 0,02932       | -0,0800 | 0,0791 |
|                          | $\beta_1$ | 0,9909 | 0,00007      | 0,02905       | -0,0757 | 0,0779 |
|                          | $\beta_2$ | 0,9909 | 0,00010      | 0,02889       | -0,0767 | 0,0772 |

Dessa forma, as equações de Schumacher e Hall (1933) simples e variando-se o coeficiente  $\beta_1$  foram confrontadas, quanto à precisão e exatidão das estimativas de volume sem casca de *Pinus taeda*, por classe de idade (Figura 4). A equação de Schumacher e Hall (1933) com o coeficiente  $\beta_1$  função da idade apresentou menor viés do que a equação simples, para estimativa de volume sem casca na maioria das classes de idade, principalmente para as árvores de *Pinus taeda* de 30 anos de idade (Figura 4).

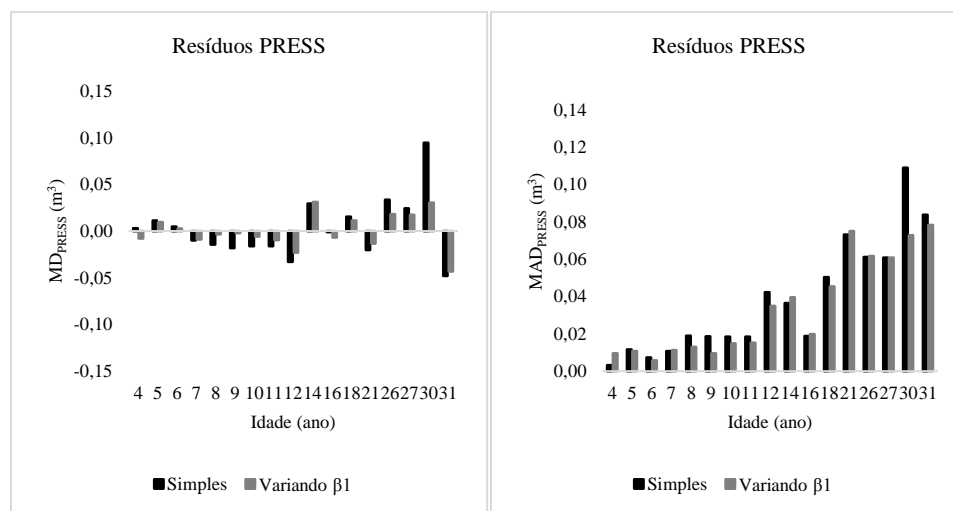


Figura 4 - Média das diferenças PRESS ( $MD_{PRESS}$ ) e média das diferenças absolutas PRESS ( $MAD_{PRESS}$ ) por classe de idade, para duas variações do modelo de Schumacher e Hall (1933), para estimativa de volume sem casca de *Pinus taeda* L.

No entanto, não há diferenças acentuadas de precisão das estimativas de volume sem casca, para essas duas variações do modelo de Schumacher e Hall (1933), exceto para a classe de idade de 30 anos (Figura 4). O teste de F para os resíduos em porcentagem resultou no valor de 2,62<sup>ns</sup>, indicando não haver diferenças significativas ( $\alpha = 0,11$ ) entre a equação de Schumacher e Hall (1933) simples e com o coeficiente  $\beta_1$  função da idade, para estimativa de volume total sem casca. Mesmo assim, a equação indicada para estimativa de volume total sem casca de *Pinus taeda*, é resultante do modelo de Schumacher e Hall (1933) com o coeficiente  $\beta_1$  função da idade, pois apresenta o menor viés por classe de idade (Expressão 12).

$$\hat{v}_{sc} = 0,0000372 d^{(1,7715170+0,0012014 t)} h^{1,1803628}, \quad (12)$$

em que:  $\hat{v}_{sc}$  = volume total sem casca (m<sup>3</sup>);  $d, h, t$  = já definidos anteriormente.

Tomé *et al.* (2007) também encontraram melhor qualidade de ajuste para as equações geradas pelo modelo de Schumacher e Hall (1933), para estimar volume total, com e sem casca, de *Eucalyptus globulus*, em Portugal. No entanto, distintamente do ocorrido neste estudo, após analisar as estatísticas de validação das diferentes formulações do modelo de Schumacher e Hall (1933), Tomé *et al.* (2007) recomendaram sua formulação mais simples.

## Conclusões

O ajuste de modelos volumétricos com seus coeficientes função linear da idade do povoamento, contribuiu para maior precisão e exatidão das estimativas de volume com casca e sem casca, de *Pinus taeda*, na região de Caçador, estado de Santa Catarina. A melhora do desempenho do modelo de Schumacher e Hall (1933) variando seus coeficientes conforme a idade, com relação ao modelo simples, é verificada, principalmente, quando se analisa a exatidão das estimativas de volume por classe de idade.

## Agradecimentos

Aos dois revisores e editores pelos comentários e sugestões.

TÉO, S. J.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; TOMÉ, M. Equation of applicability volume to several age classes for *Pinus taeda* L., in the Midwest region of the state of Santa Catarina. *Rev. Bras. Biom.*, Lavras, v.36, n.3, p.668-685, 2018.

- **ABSTRACT:** *The aim of this study was to develop volume equations for Pinus taeda L., inside and outside bark, with extensive applicability to several age classes. Data came from 631 trees of Pinus taeda, with ages ranging from 4 to 31 years, of different stands distributed in several counties of the Middle West region of Santa Catarina State, Brazil. The volume models Näslund Modified, Péllico Netto, Schumacher and Hall, Spurr and Tomé were tested, which were fit in their simple formulation and with their coefficients linear function of the stand age. After selecting the best performing model, it was submitted to validation and comparison between its simple formulation and the formulation with the coefficients linear function of the age. The inclusion of coefficients linear function of the age in the Schumacher and Hall model contributed to improve the accuracy and precision of inside and outside bark volume estimates, of Pinus taeda.*
- **KEYWORDS:** *Volumetric model; fitting of simultaneous equations; general equation.*

## Referências

- AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. *Forest measurements*. 5.ed. New York: McGraw-Hill, 2002.
- BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z. do; SILVA FILHO, D. F. da. *Quantificação de recursos florestais: árvores, arvoredos e florestas*. São Paulo: Oficinas de Textos, 2014.
- BARRETO, W. F.; LEÃO, F. M.; MENEZES, M. C. de; SOUZA, D. V. Equação de volume para apoio ao manejo comunitário de empreendimento florestal em Anapu, Pará. *Pesquisa Florestal Brasileira*, v.34, n.80, p.321-329, 2014.
- CALDATO, S. L.; LONGHI, S. J.; FLOSS, P. A. Estrutura populacional de *Ocotea porosa* (Lauraceae) em uma Floresta Ombrófila Mista, em Caçador (SC). *Ciência Florestal*, v.9, n.1, p.89-101, 1999.
- DRAPER, N. R.; SMITH, H. *Applied regression analysis*. 3.ed. New York: John Wiley & Sons, 1998.
- FERNANDES, A. M. V.; GAMA, J. R. V.; RODE, R.; MELO, L. O. Equações volumétricas para *Carapa guianensis* Aubl. e *Swietenia macrophylla* King em sistema silvipastoril na Amazônia. *Nativa*, v.5, n.1, p.73-77, 2017.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; MACHADO, S. A.; MIRANDA, R. O. V.; RETSLAFF, F. A. S. *Compêndio de equações de equações de volume e de afilamento de espécies florestais plantadas e nativas para as regiões geográficas do Brasil*. Curitiba: Os autores, 2014.
- HUBER, P. J. Robust estimation of a location parameter. *The Annals of Mathematical Statistics*, v.35, n.1, p.73-101, 1964.
- IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Manuais técnicos em geociências: Manual técnico da vegetação brasileira*. n. 1. 2.ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2012.
- IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Manuais técnicos em geociências: Manual técnico de pedologia*. n. 4. 2.ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2007.
- KURASZ, G. Sistema de informações geográficas aplicado ao zoneamento ambiental da Reserva Florestal Embrapa/Epagri, Caçador/SC. 2005. 146f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.
- MACHADO, S. A.; CONCEIÇÃO, M. B.; FIGUEIREDO, D. J. Modelagem do volume individual para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa*. *Ciências Exatas e Naturais*, v.4, n.2, p.185-197, 2002.
- MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. *Dendrometria*. 2.ed. Guarapuava: UNICENTRO, 2014.



- MACHADO, S. A.; FIGURA, M. A.; SILVA, L. C. R.; TÊO, S. J.; STOLLE, L. URBANO, E. Modelagem volumétrica para bracinga (*Mimosa scabrella*) em povoamentos da região metropolitana de Curitiba. *Pesquisa Florestal Brasileira*, n.56, p.17-29, 2008.
- MARTINS, R. M.; LEITE, M. V. S.; CABACINHA, C. D.; ASSIS, A. L. de. Teste de identidade de modelos volumétricos para povoamentos de *Eucalyptus* sp. em sete municípios de Minas Gerais. *Enciclopédia Biosfera*, v.11, n.21, p.1818-1833, 2015.
- MELO, L. C.; BARRETO, P. A. B.; OLIVEIRA, F. G. R. B.; NOVAES, A. B. Estimativas volumétricas em povoamento de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* no sudoeste da Bahia. *Pesquisa Florestal Brasileira*, v.33, n.76, p.379-386, 2013.
- MIRANDA, D. L. C.; JUNIOR, V. B.; GOUVEIA, D. M. Fator de forma e equações de volume para estimativa volumétrica de árvores em plantio de *Eucalyptus urograndis*. *Scientia plena*, v.11, n.3, p.1-8, 2015.
- MIRANDA, D. L. C.; PARO, B. A. V.; COSTA, G. R. Estimativa do volume em árvores de *Hymenaea coubaril* L. e *Trattinnickia burserifolia* Mart. no Norte de Mato Grosso. *Nativa*, v.2, n.4, p.219-223, 2014.
- MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A.; VINING, G. G. *Introduction to linear regression analysis*. 4.ed. New York: John Wiley & Sons, 2006.
- MÜLLER, M. D.; SALLES, T. T.; PACIULLO, D. S. C.; BRIGHENTI, A. M.; CASTRO, C. R. T. Equações de altura, volume e afilamento para eucalipto e acácia estabelecidos em sistema silvipastoril. *Floresta*, v.44, n.3, p.473-484, 2014.
- MYERS, R. H. *Classical and modern regression with applications*. Boston: Duxbury Press, 1986.
- OLIVEIRA, R. C. A.; RODE, R.; GAMA, J. R. V.; ALMEIDA, E. C. Equações volumétricas para *Couratari stellata* A.C Smith (Tauari) na Floresta Nacional do Tapajós. *Nativa*, v.5, n.2, p.138-144, 2017.
- PARRESOL, B. R. Modeling multiplicative error variance: an example predicting tree diameter from stump dimensions in baldcypress. *Forest Science*, v.39, n.4, p.670-679, 1993.
- PELISSARI, A. L.; LANSSANOVA, L. R.; DRESCHER, R. Modelos volumétricos para *Pinus* tropicais, em povoamento homogêneo, no Estado de Rondônia. *Pesquisa Florestal Brasileira*, v.31, n.67, p.173-181, 2011.
- PÉLLICO NETTO, S. Desenvolvimento de uma nova função volumétrica. *Acta Forestalia Brasiliensis*, v.1, n.1, p.9-17, 1986.
- PÉLLICO NETTO, S. Estimativas volumétricas de árvores individuais: síntese teórica. *Floresta*, v.11, n.2, p.63-73, 1980.
- PRODAN, M.; PETERS, R.; COX, F.; REAL, P. *Mensura Forestal*. San José: Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), 1997.
- RUFINI, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M. Equações volumétricas para o Cerrado *Sensu Stricto*, em Minas Gerais. *Cerne*, v.16, n.1, p.1-11, 2010.

- SANQUETTA, C. R.; CORTE, A. P. D.; ROGRIGUES, A. L.; WATZLAWICK, L. F. *Inventários florestais: planejamento e execução*. 3.ed. Curitiba: Multi-Graphic Gráfica e Editora, 2014.
- SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. *Journal of Agricultural Research*, v.47, n.9, p.719-734, 1933.
- SILVESTRE, R.; BONAZZA, M.; STANG, M.; LIMA, G. C. P.; KOEPEL, D. A.; MARCO, F. T. de; CIARNOSCHI, L. D.; SCARIOT, R.; MORÊS, D. F. Equações volumétricas em povoamentos de *Pinus taeda* L. no município de Lages – SC. *Nativa*, v.2, n.1, p.1-5, 2014.
- SILVA, E. N.; SANTANA, A. C. Modelos de regressão para estimação do volume de árvores comerciais, em florestas de Paragominas. *Revista Ceres*, v.61, n.5, p.631-636, 2014.
- THOMAS, C.; ANDRADE, C. M.; SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G. Comparação de equações volumétricas ajustadas com dados de cubagem e análise de tronco. *Ciência Florestal*, v.16, n.3, p.319-327, 2006.
- TOMÉ, M.; TOMÉ, J.; RIBEIRO, F.; FAIAS, S. Equação de volume total, volume percentual e de perfil do tronco para *Eucalyptus globulus* Labill. em Portugal. *Silva Lusitana*, v.15, n.1, p.25-39, 2007.
- TONINI, H.; BORGES, R. A. Equação de volume para espécies comerciais em Floresta Ombrófila Densa no sul de Roraima. *Pesquisa Florestal Brasileira*, v.35, n.82, p.111-117, 2015.

Recebido em 27.02.2017

Aprovado após revisão em 28.08.2017